

MATEMATIKA

A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban.

A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A matematika oktatásának célja a tanulók matematikai kompetenciájának fejlesztése, amivel természetesen növeljük a tanulóink esélyeit az életben, a munkaerőpiacon, az egész életen át tartó tanulásban. A tanuló képes lesz matematikai problémák megoldása során és mindennapi helyzetekben egyszerű modelleket alkotni, használni. Felismer egyszerű ok-okozati összefüggéseket, logikai kapcsolatokat és törekszik ezeket pontosan megfogalmazni. Gyakorlott a mindennapi életben is használt mennyiségek becslésében, a mennyiségek összehasonlításában. Képes következtetésre épülő problémamegoldás során az egyszerű algoritmusok kialakítására, követésére. Képesé válik konkrét tapasztalatok alapján az általánosításra, matematikai problémák megvitatása esetén is érveket, cáfolatokat megfogalmazni, egyes állításait bizonyítani. Fontos, hogy hangsúlyozottan építsünk a felnőtt tanulók előzetes élet-, munkatapasztalataira!

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A tanulók megismerik a világ számszerű vonatkozásait, összefüggéseit, az ember szempontjából legfontosabb törvényszerűségeket, relációkat. A tantárgyi ismeretek elsajátítását olyan problémák, eljárások alkalmazásával kell segíteni, hogy a tanulók ismerjék fel a matematikának a gyakorlati életben és más ismereteik bővítésében való alkalmazhatóságát. Mindezek elemzéséhez, megismeréséhez, szakmai gyakorlati alkalmazásához legyenek algebrai, halmazelméleti, geometriai ismereteik, melyekkel képessé válnak a világ térbeli, időbeli folyamatainak objektív értelmezésére, a változás, fejlődés tendenciáinak felismerésére. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése segíti a mindennapokban, a reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése.

A felnőttek középiskolájában sajátos problémák közepette kell ezt a célt megvalósítani.

Alapesetben a tanulók előzőleg a duális szakiskola 9–11. évét végezték el, ahol csak alapozó matematikai ismeretekkel találkozhattak, amelyek azonban nem csak a tanulók képességeitől, hanem az egyes szakmák sajátosságaitól függő mélységűek voltak. Így az iskola itt igen vegyes előképzettségű, korosztályú és motivációjú fiatalokkal – és idősebbekkel – találkozik, másrészt a nappalis időkeretnél *kevesebb* kontaktórában a tanulókat *ugyanarra az érettségi vizsgára* kell felkészíteni.

Ezért a középiskola kezdetén a megelőző tanulmányok tananyagának alapos, konkrét feladatokhoz kapcsolódó ismétlésével kell foglalkoznunk. Az ismétlés során mutassuk meg a tanult matematikai ismeretek rendszerét, az egyes fogalmak kialakulásának és fejlődésének útját, mutassuk meg a folyamatot, amely a probléma felvetésétől a megoldásig vezet.

A tanulási folyamatot, a tevékenységeket úgy kell megszervezni, hogy növekedjék a tanuló figyelemkoncentrációja, fejlődjék önálló és logikus gondolkodása, kreativitása, problémát és összefüggéseket felismerő, fegyelmezett, precíz, kooperatív munkára való képessége, bővüljön kommunikációs tere (szöveg, ábra, jelrendszer), a folyamatos önellenőrzés iránti igénye.

Mindezen célok elérése érdekében a hangsúlyokat a következő területekre, tevékenységekre helyezzük:

- Hétköznapi matematikája (gyakorlat, becslés, kerekítés, fejben számolás)
- Kommunikáció fejlesztése (szöveges problémamegoldás)
- Szövegek matematikai tartalmának értelmezése, elemzése
- Kombinatorika, valószínűség, statisztika elemei
- Matematikai modell és alkalmazhatósága
- Algoritmus, kiszámíthatóság
- Mennyiségek közötti kapcsolat (függvény, illetve valószínűség) megértése
- Többféle megoldási mód keresése
- Önellőrzés módjai (eredmény realitása)
- Számológép és számítógép használata.

A matematika tanítása alkalmazásközpontú, elsősorban az induktív gondolkodásra épít, tevékenységhez kapcsolódik, és az egyre önállóbb tanulói munkára is épít. A tanuló számára a saját hétköznapi teendőin, azok megoldásán át vezet az út a magasabb absztrakciós szint felé. Tudatosítanunk kell, hogy minden más ismeretanyag, információ feldolgozása is a matematikai eszközök használatát igényli. A tanítási óra a gyakorlatból indul ki, és következtetései, eredményei – általánosítva és magasabb szintre emelve – oda is térnek vissza.

A matematika jellemzően fontos része az állítások, tételek bizonyítása. Ennek tanítása során maradjunk a tanulóink és a körülmények által adott határokon belül. Lényeg a bizonyítás iránti igénynek, a logikai levezetés szükségességének felismerése.

A matematika tanításának kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Bevezetünk feladatainkban pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekességek, fejtörők és feladványok.

A matematika támogatni tudja az elektronikus eszközök, internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel a digitális kompetencia fejlődéséhez is hozzájárul.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. Ide kapcsolódik a nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A Nat néhány nagy matematikus nevének ismeretét írja elő: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann.

A megismerés módszerei között fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán előkerülnek a korábban már szereplő ismeretek, összefüggések, fogalmak. A fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel.

(Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az alapfokú matematikatanítás céljaihoz képest minőségi ugrást jelentenek, így fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal könnyítsük meg.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, geometriai, algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

A felnőtt tanulók esetében fontos az önálló tanulás, otthoni ismeretszerzés, melynek legfontosabb eszköze napjainkban a számítógép, az internet. Elvárás lehet, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A szakiskolák középiskolája kifejezetten az érettségire felkészítés intenzív időszaka, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Az érettségi előtt elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban és a hétköznapi életben való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására.

A kerettantervek által előírt tartalmak a tantárgyak számára rendelkezésre álló időkeret kilencven százalékát fedik le. Így pl. az esti tagozaton a heti három, évi 108 órás időkerettel rendelkező matematika tantárgy kerettanterve tehát évi 11 óra szabad sávot biztosít a tantárgy óraszámán belül a pedagógusnak, melyet a helyi igényeknek megfelelően a kerettanterven kívüli tantárgyi tartalommal tölthet meg, de erre is teszünk – nem kötelező – javaslatot.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a következő táblázatok tartalmazzák. A kezdő tanévben 36 tanítási héttel, a végzős évben 31 tanítási héttel kell számolni. A témakörök órakeretén kívül az éves összóraszámban van még a 10% szabad sáv, az értékelésre szolgáló órák, illetve az összefoglalást, rendszerezést szolgáló időkeret. A tematikus egységekhez rendelt óraszámok hozzávetőleges arányokat fejeznek ki, minthogy a tantárgyi sajátosságok következtében az egyes részegységek feldolgozásában átfedések fordulnak elő. (Pl. képletek behelyettesítése, képletgyűjtemények használata a geometria, az algebra, a függvények témakörnél is előfordul, a geometria feladatai nagyrészt szöveges feladatoknak minősülnek, megoldásuk legtöbbször egyenlettel és függvényvel kapcsolatos.)

Matematika	I. (11.) Nappali tagozat (36 hét)	II. (12.) Nappali tagozat (31 hét)	I. (11.) Esti tagozat (36 hét)	II.(12.) Esti tagozat (31 hét)
heti óraszám	6	6	4	5
éves óraszám (ebből a tematikai egységekhez kötött)	216 (195)	186 (168)	144 (133)	155 (146)
szabad órakeret	21	18	11	9

A témaköröket tartalmazó táblázatokban a két tanéves ciklus teljes óraszama szerepel.

11. évfolyam

Tematikai egység	A tanulók teljesítményének a mérése	Órakeret N: 11 óra E: 5 óra
Javaslat	Ez a mérés lehet néhány szokványos órai írásbeli és/vagy egyéni tanulói vállaláson alapuló kiselőadás, bemutató, akár egy kiscsoportos munka során egymás értékelésével összekötött önértékelési folyamat, esetleg hosszabb idő alatt kidolgozott (egy vagy több tanuló által készített) projektmunka minősítése is. Az éves munka végső minősítése természetesen tartalmazza a tanuló összes órai teljesítményét is. Kiemelten kell törekedni a gyakori, azonnali, személyre szóló, szöveges fejlesztő értékelés megvalósítására.	

Tematikai egység/Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret N: 20 óra E: 12 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülési elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.		
Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések		

<p>megtanulása, definíciókra való emlékezés.</p>
<p>Alaphalmaz és komplementer halmaz. Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.</p>
<p>A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története. A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.</p>
<p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése. Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.</p>
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos). Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).</p>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.</p>
<p>Szöveges feladatok. Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai. Halmazok eszközjellegű használata.</p>
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás. <i>Matematikatörténet: Euklidesz.</i> Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások. Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>
<p>Bizonyítás. Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.</p>

Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha, akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret N: 66 óra E: 42 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok). A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.		
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv. Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.		
A hatványozás azonosságai. Korábbi ismeretek felelevenítése, rendszerezés.		
Számok abszolút értéke. Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).		
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet</i> : Neumann János. A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.		
Számok normálalakja. Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.		
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási		

szabályok, zárójelek használata.
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele).A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma. Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása. Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b$.
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása. Algebrai ismeretek alkalmazása.
Gyökök és együtthatók összefüggései. Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$. Megoldások ellenőrzése.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer. Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$). Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.

Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Első- és másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret N: 16 óra E: 13 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
A függvény megadása, elemi tulajdonságai. Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.		
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.		
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).		
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.		
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.		
Függvények alkalmazása. Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program).		
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása. Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Számítógépes program használata.		
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret N: 60 óra E: 43 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tantárgyhoz(művelts égterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.		
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.		
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge. Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.		
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Fogalmak pontos ismerete.		
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).		
Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.		
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között. Együtt változó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.		
A szög mérése. A szög ívmértéke. Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.		
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.		
Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.		
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.) Állítás és megfordításának gyakorlása.		
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.		
Egybevágóság, szimmetria. Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.		

Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek. Fogalmak alkotása specializálással.	
Egyszerű szerkesztési feladatok. Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés.	
Vektorok összege, két vektor különbsége. Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	
Hasonló alakzatok. A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei. Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe. Ismeretek alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	
Vektor szorzása valós számmal. Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	
Vektorok felbontása összetevőkre. Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	
Bázisvektorok, vektorkoordináták. Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.	
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó, hasonló. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret N: 10 óra E: 5 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		

<p>Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).</p> <p>Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése.</p> <p>Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.</p>	
<p>Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz. A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése.</p>	
<p>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége.</p>	
<p>Kulcsfogalmak /fogalmak</p>	<p>Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.</p>

Tematikai egység	A tananyag rendszerezése	Órakeret N: 12 óra E: 9 óra
<p>Javaslat</p>	<p>Minden tanév végén szükség van annak rövid összefoglalására, miről is szól, milyen témakörökkel foglalkozik a matematika, ill. milyen elemeivel ismerkedhetek meg az elmúlt tanulási szakaszban. Mivel itt az iskolába járók fő célja az érettségi vizsga (kisebb arányban várható felsőfokú továbbtanulás), hangsúlyozni kell, mely ismeretek, módszerek tartoznak a legfontosabb érettségi követelmények közé. (Ez a felnőtt tanulóknál sokkal jobban, célirányosabban megvalósítható, mint a tanköteles korúak tanítása során.)</p>	

Tematikai egység	Szabadon felhasználható órakeret	Órakeret N: 21 óra E: 15 óra
<p>Javaslat</p>	<p>Ennek az időnek a felhasználása sokban függ a szervezési formától. Nappali vagy esti tagozaton hasonlóan használhatjuk akár tanulói egyéni problémáknak (ha fejlesztési céljainkkal összhangba hozható) a megoldására, esetleg (ha az osztály többségének megfelel) a tanulók szakmájába vágó speciális feladatokra. Nagyon hasznos volna csoportos projektmunkákra, jó esetben más tantárggyal közös projekt megvalósítására fordítani. Levelező formánál a kisebb időkeretben szűkebb a választás, mindenképpen törekedni kell arra, hogy valóban a helyi adottságok és igények determinálják ennek az időnek a felhasználását. Elképzelhető tanulói egyéni munkákra, azok közös elemzésére, alapos, kritikus, az osztály nyilvánossága előtti értékelésére fordítani. Legyen megtervezve, az osztállyal/csoporttal közösen előzetesen megbeszélve!</p>	

<p>A fejlesztés várt eredményei az évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon). – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása. – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
--	--

- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

12. évfolyam

Tematikai egység	A tanulók teljesítményének a mérése	Órakeret N: 6 óra E: 4 óra
Javaslat	Lehet néhány szokványos órai írásbeli és/vagy egyéni tanulói vállaláson alapuló kiselőadás, bemutató, akár egy kiscsoportos munka során egymás értékelésével összekötött önértékelési folyamat, esetleg hosszabb idő alatt kidolgozott (egy vagy több tanuló által készített) projektmunka minősítése is. Kiemelten kell törekedni a gyakori, azonnali, személyre szóló, szöveges fejlesztő értékelés megvalósítására. Az éves munka végső minősítése természetesen tartalmazza a tanuló összes órai teljesítményét is. Az érettségi előtt ajánlott a vizsgafeladatok formáját, tematikáját kipróbálni, hosszabb kidolgozási idejű komplex feladatsort is kiadni.	

Tematikai egység/Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret N: 22 óra E: 9 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámhlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tantárgyhoz(műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál. Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell.		
Binomiális együtthatók. Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.		
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler. Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Gráf. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret N: 42 óra E: 13 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése,	

fejlesztési feladatok	alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése, követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).
Ismeretek/Fejlesztési követelmények	
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása. A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	
A logaritmus értelmezése. Korábbi ismeretek: hatvány fogalma.	
Zsebszámológép használata, táblázat használata. Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	
A logaritmus azonosságai. A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek. Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret N: 18 óra E: 23 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg). A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.		
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.		
Az exponenciális függvények. Permanencia-elv alkalmazása.		
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban. Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség,		

energiafelhasználás, járványok).	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.	
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet</i> : Fibonacci. Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	
Számítási sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet</i> : Gauss. A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	
Kamatok kamat-számítás. Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Színuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret N: 22 óra E: 25 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
Szinusztétel, koszinusztétel. Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).		
Síkídomok kerületének és területének számítása.		
Pitagoraszói összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként. A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.		
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus		

egyenlet.	
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele. A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	
Helyvektor. Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés. A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	
Képletek értelmezése, alkalmazása.	
Két pont távolsága, a szakasz hossza. Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete. Geometria és algebra összekapcsolása.	
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	
Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele. Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	
Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	
A kör adott pontjában húzott érintője.	
A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában.	
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	
Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	
A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása.	
Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	
A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz. Felszín, térfogat.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret N: 10 óra E: 4 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tantárgyhoz	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek	

(műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.
Ismeretek/Fejlesztési követelmények	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítására elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül. A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	
A valószínűség klasszikus modellje. A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák. Tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.

Tematikai egység/Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret N: 48óra E: 66 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tantárgyhoz (műveltségterülethez) kapcsolható fejlesztési feladatok	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	
Ismeretek/Fejlesztési követelmények		
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).		
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.		
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata. Halmazok eszközjellegű használata.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.		
Bizonyítási módszerek. Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.		
Kombinatorika: leszámhlási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal. Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.		

Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.
<i>Számтан, algebra</i>
Gyakorlati számítások. Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása, pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek. Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szóveges feladatok. Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.
A tanult alapfüggvények ismerete.
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. Kapcsolat a matematika két területe között: függvény-transzformációk és geometriai transzformációk.
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.
Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.
<i>Geometria</i>
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása. Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák. Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, az oldalai és a szögei közötti összefüggések. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.

Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.	
Vektorok alkalmazásai.	
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>	
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás. Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.	
Kulcsfogalmak /fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételek, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.

Tematikai egység	Szabadon felhasználható órakeret	Órakeret N: 18 óra E: 11 óra
Javaslat	Az érettségi évében az érettségire való felkészülés a fő cél. Javasolható akár egy „próbaérettségi” jellegű munka, amikor egy már lefolyt érettségi feladatsorát önállóan (szigorú érettségi formák közepette) oldják meg, majd ennek kiértékelése, a hivatalos helyes megoldások közös elemzése (saját megoldásuk kijavítása) után ezt megismétlik. Így ez a munka megfelelhet egy fontos tanulói „felmérő” dolgozatnak is. Lehetséges a szabad időkeretet olyan tananyag elmélyítésére használni, amire az adott csoportban külön igény jelentkezett, vagy hiányosságok kerültek felszínre.	
A fejlesztés várt eredményei akét évfolyamos középiskolai ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése, problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudnak kombinatorikai problémákat jól megoldani. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. 	

- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

Összességében

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudássegítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai

	<p>szakkifejezéseket, jelöléseket.</p> <ul style="list-style-type: none">– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
--	--